

Tasa interna de retorno TIR

CAPITULO 11

INTRODUCCIÓN

La tasa interna de retorno que representaremos por TIR es uno de los índices que más aceptación tiene dentro del público porque mide la rentabilidad de una inversión, sin embargo, dentro de los especialistas no tiene la misma aceptación porque se presta a muchos errores. Hay ocasiones en que la decisión que se tome con el VPN no coincide con la decisión que se tome con la TIR. Cuando esto ocurre es porque la TIR no se ha aplicado correctamente y en tales circunstancias será necesario utilizar otra técnica hasta hacer que los resultados obtenidos con la TIR coincidan con los resultados que se obtengan con el VPN.

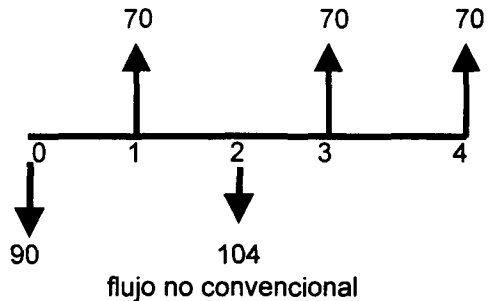
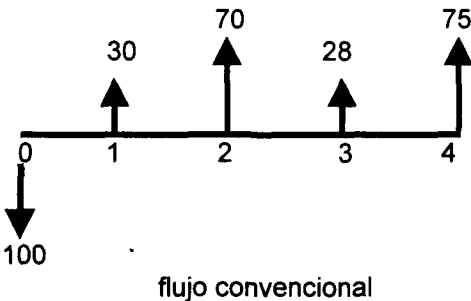
Financieramente la TIR es la tasa a la cual son descontados los flujos de caja de forma tal que los ingresos y los egresos sean iguales; desde el punto de vista matemático la TIR es la tasa a la cual el VPN se hace cero.

Existen dos clases de flujos de caja: los flujos convencionales y los flujos no convencionales.

Los flujos convencionales son aquellos donde primero aparecen los egresos y después aparecen los ingresos o viceversa.

Los flujos no convencionales son aquellos donde figuran intercalados los ingresos y los egresos.

Ejemplos de flujos de caja



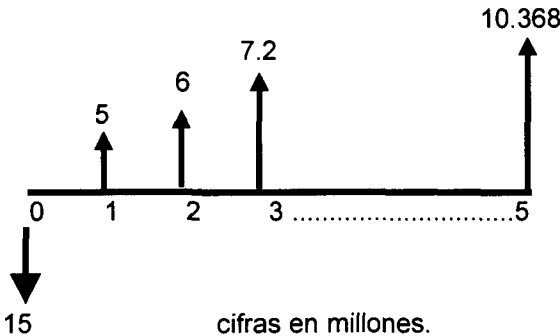
El procedimiento que se usa para calcular la TIR varía dependiendo del número de alternativas a analizar y de la forma como se encuentren distribuidos los ingresos y los egresos a lo largo del horizonte de planeación; veamos algunos ejemplos:

Cuando ingresos y egresos tienen una duración definida.

Ejemplo 1

Una persona está pensando en construir un parqueadero, para tal fin toma en alquiler un lote por un plazo de 5 años. El costo de la construcción, incluidos los impuestos y las licencias, son del orden de \$15 millones; se estima que los ingresos después de descontar el valor de los arriendos e impuestos, es decir los ingresos netos, son del orden de \$5 millones los cuales crecerán cada año aproximadamente de acuerdo al índice de inflación que se estima en un 20% anual. Si el inversionista gana normalmente en todos sus negocios un 35%, ¿es aconsejable este negocio?

Solución:



$$VPN = -15 + \frac{5[(1 + 0.2)^5(1 + i)^{-5} - 1]}{0.2 - i} = 0$$

La solución manual requiere la interpolación, para ello escogemos valores para *i* no muy alejados entre sí de tal forma que la función sea una vez positiva y otra negativa así:

Escojamos inicialmente una tasa del 30% y efectuemos los cálculos para hallar *f*(*i*)

$$VPN(30\%) = -15 + \frac{[(1 + 0.2)^5(1 + 0.3)^{-5} - 1]}{0.2 - 0.3} = 1.49115$$

igual procedimiento seguimos con la tasa del 34% y encontramos que *f*(34%) = 0.14476 Para poder interpolar es necesario que la función sea una vez positiva y otra negativa, hasta ahora tenemos dos valores positivos, nos falta hallar un valor negativo, como ya estamos próximos ensayamos con la tasa del 35% y por el mismo procedimiento tenemos que *VPN*(35%) = -0.1643

i	f(i)
30%	1.49115
34%	0.14476
35%	- 0.1643

Para interpolar buscamos los valores más próximos esto es: 34% y 35% y planteamos las proporciones así:

34	0.14476
X	0
35	- 0.1643

Se puede establecer la siguiente proporción:

34 menos 35 es a 34 menos X, e igual a 0.14476 menos - 0.1643 es a 0.14476 menos 0. escrito en forma algebraica será:

$$\frac{34 - 35}{34 - X} = \frac{0.14476 - (-0.1643)}{0.14476 - 0}$$

Al despejar X de esta ecuación se tiene que $X = 34.468\%$, esta respuesta es aproximada, sinembargo el error que se pueda cometer es despreciable dado que el intervalo que se ha tomada para interpolar es apenas un punto porcentual.

Finalmente llegamos a la conclusión que el proyecto no debe ser aceptado porque la TIR es inferior a la tasa del inversionista que es del 35%, es más, aún suponiendo que el proyecto generara el 35% no sería aceptado por el inversionista, aunque financieramente le es indiferente porque él preferirá continuar con sus negocios tradicionales, los que ya conoce que le generan el 35% antes que comprometer recursos en un nuevo proyecto desconocido para él. Para que el inversionista se interese habría que ofrecerle una tasa más alta que haga atractivo el proyecto, esta tasa se denomina tasa mínima atractiva de retorno que representaremos por TMAR determinada según el criterio del inversionista.

TMAR

Para complementar un poco más el concepto de la TMAR diremos que su valor debe ser un poco más alto que la tasa a la cual normalmente el inversionista realiza sus inversiones, si escasamente la TMAR iguala a la tasa del inversionista, él preferirá seguir realizando sus inversiones normales y para que acepte un proyecto nuevo deberá ofrecérsele una tasa mayor que compense el riesgo de un proyecto nuevo. Por otra parte, la tasa del inversionista debe ser superior a la inflación local porque si el inversionista coloca su dinero por debajo de la inflación está obteniendo una rentabilidad real negativa. Ese excedente sobre la tasa del inversionista se denomina el premio al riesgo o spread.

En general podemos concluir que si $TIR > TMAR$ el proyecto es bueno y si $TIR < TMAR$ el proyecto no es aconsejable

Inconsistencia entre el VAN y la TIR

Hay ocasiones en que un proyecto es seleccionado usando el VPN y cuando se usa la TIR es seleccionado otro proyecto diferente. Esta inconsistencia se muestra en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 2

Supongamos que para un inversionista la TIO es del 3% mensual, con esta tasa seleccionar uno de los siguientes proyectos:

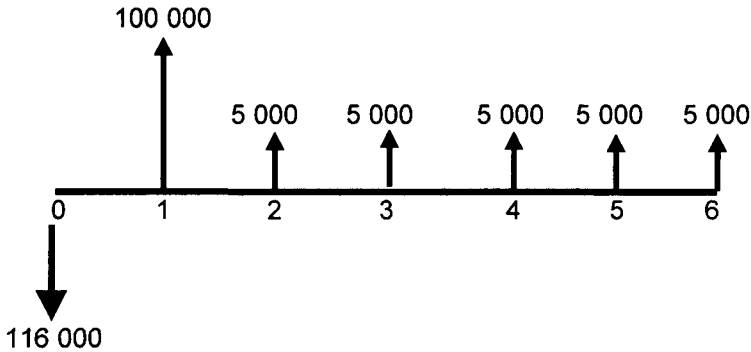
Proyecto A

Requiere de una inversión inicial de \$116 000, producirá un ingreso de \$100 000 en el primer año y en cada uno de los años 2 al 6 producirá ingresos de \$5 000.

Proyecto B

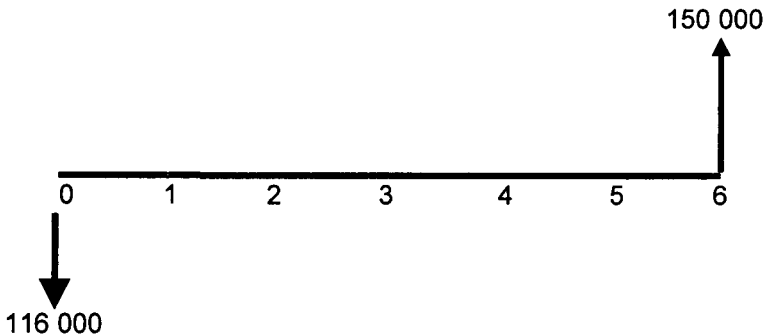
Requiere de una inversión inicial de \$116 000 y al final del año 6 producirá un ingreso de \$150 000.

Proyecto A:



$$VPN(A) = -116\,000 + 100\,000(1+0.03)^{-1} + 5\,000 \sum_{t=2}^6 (1+0.03)^{-t} = \$3\,318.97$$

Proyecto B



$$VPN(B) = -116\,000 + 150\,000(1+0.03)^{-6} = \$9\,622.64$$

El análisis usando el VPN indica que es mejor el proyecto B puesto que $VPN(B) > VPN(A)$

Ahora hagamos el análisis usando la TIR para escoger el proyecto

Para calcular la TIR del proyecto A hacemos que el $VPN(A) = 0$ y dejamos la tasa como incógnita, esto es:

$$0 = -116\,000 + 100\,000(1+i)^{-1} + 5\,000(1+i)^{-1} + 5\,000(1+i)^{-2} + 5\,000(1+i)^{-3} + 5\,000(1+i)^{-4} + 5\,000(1+i)^{-5} + 5\,000(1+i)^{-6}$$

La solución manual requiere que se haga por interpolación y la solución por calculadora es 4.91326312259% que podemos aproximar a 4.91%

entonces $TIR(A) = 4.91\%$

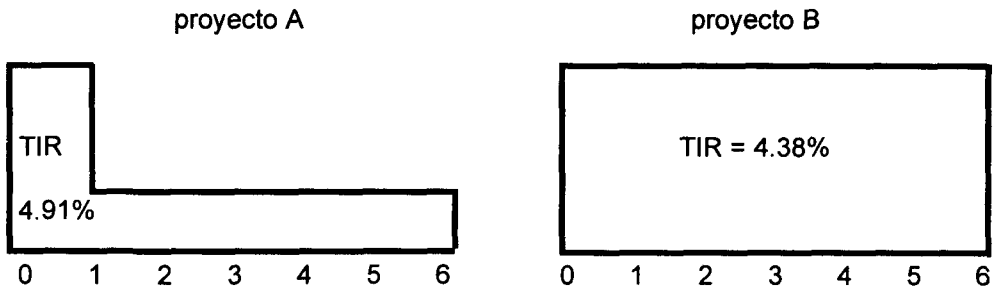
Para calcular la TIR del proyecto B hacemos que el $VPN(B) = 0$ y dejamos la tasa como incógnita, esto es:

$$0 = -116\,000 + 150\,000(1+i)^{-6} \text{ de donde se obtiene que } TIR(B) = 4.38\%$$

El análisis a través de la TIR nos indica que el proyecto A es mejor que el proyecto B puesto que $TIR(A) > TIR(B)$

Según el índice VPN se debe optar por el proyecto B, pero según el índice TIR es mejor el proyecto A. Entonces ¿cuál de los dos proyectos es mejor para invertir?

Para solucionar la disyuntiva debemos analizar lo que ocurre con los dineros que están invertidos en cada proyecto.



En el proyecto A la inversión de \$116 000 solo dura un mes porque al cabo del mes está reintegrando \$100 000 y en los 5 meses restantes reintegra de a \$5 000 mensuales. En cambio en el proyecto B la inversión de \$116 000 dura 6 meses, y aunque estuvo colocado el dinero a una tasa menor el resultado final es que la ganancia en pesos de hoy es superior a la que genera el proyecto A.

El problema básicamente consiste en que la TIR solo mide la rentabilidad de los dineros que permanecen invertidos en el proyecto y no toma en cuenta los dineros que son liberados o los toma en cuenta suponiendo que los reinvierte a la misma tasa del proyecto lo cual es un error porque no necesariamente los dineros se reinvierten a la misma tasa del proyecto.

Para solucionar esta dificultad debemos tener en cuenta la reinversión y esta nueva TIR recibe el nombre de TIR Modificada que se representa por TIRM, otros autores la llaman VTR que significa "verdadera tasa de retorno". En este texto utilizaremos el nombre de TIRM.

Debemos dejar muy en claro que la TIRM elimina la inconsistencia de ordenamiento entre la TIR y el VAN en la gran mayoría de los casos, sin embargo quedan unos pocos casos en los cuales será necesario utilizar una variante de la TIRM que denominaremos TIRM ponderada

Cálculo de la TIRM

Traslademos al punto inicial todos los egresos utilizando la tasa de financiación que puede ser la misma del mercado de colocación y traslademos a valor final todos los ingresos utilizando la tasa TIO.

Recordemos que TIO es la tasa del mejor proyecto que se sacrifica a fin de realizar otra actividad

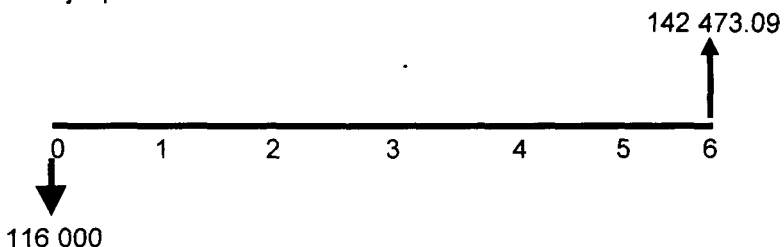
TIR+R

Si los traslados de los ingresos a valor final y los traslados de los egresos a valor presente se hacen a una sola tasa, a la tasa del inversionista, esta TIR recibe el nombre de TIR+R que significa tasa interna de retorno con reinversión.

Al mirar la gráfica de flujo de caja del proyecto A se observa que solo hay un egreso y que además está ubicado en el punto inicial, entonces solo nos queda trasladar al punto 6 (punto final) todos los ingresos, y para ello utilizaremos una tasa del 3% mensual que es la tasa del inversionista.

$$\text{Ingresos} = 100\,000(1+0.03)^5 + 5\,000 \overline{S}_{5|3\%} = \$142\,473.09$$

Nuestro flujo de caja queda modificado así:



Utilizando la fórmula del interés compuesto podemos hallar la tasa del diagrama de flujo anterior así:

$$142\,473.09 = 116\,000(1 + \text{TIRM})^6$$

De donde se obtiene que: $\text{TIRM}(A) = 3.485\%$ mensual

En el proyecto B TIRM es la misma TIR puesto que no ha habido oportunidad para hacer reinversiones, por lo tanto $\text{TIRM}(B) = 4.38\%$ y se concluye que si $\text{TIRM}(B) > \text{TIRM}(A)$ entonces el proyecto B es mejor que el proyecto A. Esta conclusión concuerda con la decisión que se toma usando el VPN como instrumento de análisis.

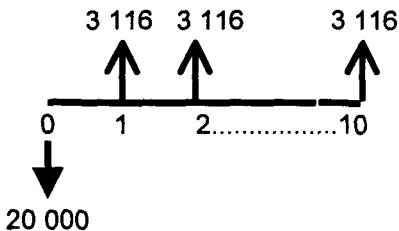
Hay ocasiones, aunque muy escasas, en que la TIRM aún no es suficiente para producir el mismo ordenamiento que el que produce el VPN, esto podría presentarse al comparar alternativas mutuamente excluyentes que tienen diferente costo, en tales circunstancias debemos hacer que las alternativas tengan el mismo costo y para ello le agregamos a la alternativa de menor costo una inversión adicional por un valor igual a la diferencia entre las dos alternativas. Esta alternativa adicional se evalúa a la tasa TIO.¹

Ejemplo 3

Supongamos que hay en estudio dos opciones de inversión: el proyecto A que requiere una inversión inicial de \$20 000 y produce un ingreso de \$3 116 durante 10 períodos y el proyecto B que tiene un costo de \$10 000 y produce un ingreso durante 10 períodos de \$1 628. Con una tasa de oportunidad del 5% determinar cuál es el mejor proyecto².

Solución:

Proyecto A



Proyecto B



¹ Este enfoque de combinar los dos flujos de caja se debe a Vélez Pareja Ignacio en "DECISIONES DE INVERSIÓN" Una aproximación al análisis de alternativas (versión preliminar) CEJA Bogotá 1998 pp145-147

² Este ejemplo es citado por Vélez Pareja Ignacio en "DECISIONES DE INVERSIÓN" Una aproximación al análisis de alternativas (versión preliminar) CEJA Bogotá 1998 página 146

Vamos a evaluar cada proyecto con el VPN y con la TIR

$$VPN(A) = -20\,000 + 3\,116 \overline{a}_{\overline{10}|5\%} = \$4\,060.93$$

$$VPN(B) = -10\,000 + 1\,628 \overline{a}_{\overline{10}|5\%} = \$2\,570.98$$

El VPN nos dice que es mejor el proyecto A

$$TIR(A): \quad -20\,000 + 3\,116 \overline{a}_{\overline{10}|i\%} = 0$$

$$-20\,000 + 3\,116 \frac{1 - (1 + i)^{-10}}{0.05} = 0$$

Calculando i por interpolación se tiene que i = 9%

$$TIR(B): \quad -10\,000 + 1\,628 \overline{a}_{\overline{10}|i\%} = 0$$

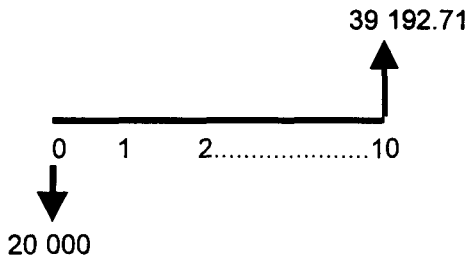
$$-10\,000 + 1\,628 \frac{1 - (1 + i)^{-10}}{0.05} = 0$$

Calculando i por interpolación se tiene que i = 10.01%

La TIR nos dice que es mejor el proyecto B, lo cual contradice al VPN. Intentamos aclarar esta contradicción usando la TIRM

TIRM(A): trasladamos a valor final la serie de 10 ingresos de \$3 116 y tenemos:

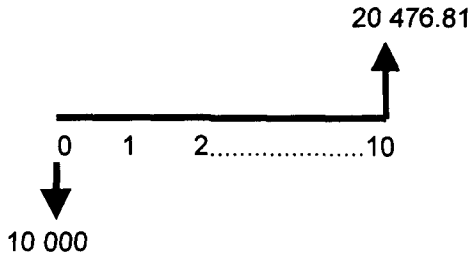
$$3\,116 \overline{S}_{\overline{10}|5\%} = \$39\,192.71$$



$$39\,192.71 = 20\,000(1+i)^{10} \text{ despejando se tiene que TIRM} = i = 6.96\%$$

TIRM(B): trasladamos a valor final la serie de 10 ingresos de \$1 628 y tenemos:

$$1\,628 \overline{S}_{\overline{10}|i\%} = \$20\,476.81$$

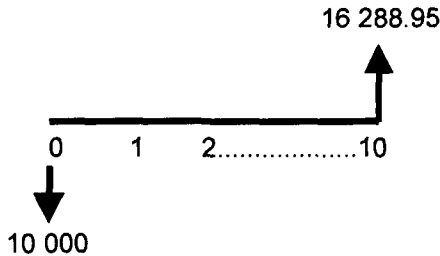


$$20\,476.81 = 10\,000(1+i)^{10} \text{ despejando se tiene que } TIRM = i = 7.43\%$$

Se concluye que TIRM(B) es mejor que TIRM(A) lo cual, como caso excepcional, sigue contradiciendo lo que nos dice el VAN, entonces tenemos que recurrir a la inclusión del proyecto adicional.

Como el proyecto A es más costoso que el proyecto B debemos adicionar al proyecto B el proyecto adicional con inversión inicial de \$10 000 y lo evaluaremos a la tasa del 5%

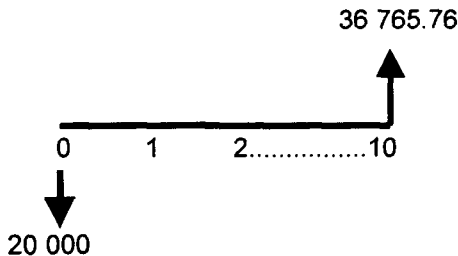
$$10\,000(1+0.05)^{10} = 16\,288.95$$



Entonces el nuevo proyecto B quedará formado por el proyecto B inicial más el proyecto adicional con el siguiente flujo de caja:

$$\text{Ingresos en el período } 10 = 20\,476.81 + 16\,288.95 = \$36\,765.76$$

$$\text{Costo inicial } 10\,000 + 10\,000 = \$20\,000$$



Ahora calculamos la TIR de este nuevo proyecto así:

$$36\,765.76 = 20\,000(1+i)^{10} \text{ al despejar se tiene que } i = 6.28\% \text{ el cual es inferior a la TIR del}$$

proyecto A y el ordenamiento que produce la TIR coincide con el ordenamiento que produce el VPN.

El lector observará que hemos buscado por diferentes caminos que los dos ordenamientos coincidan.

Cuando los instrumentos de análisis VPN y TIR producen diferentes resultados es porque se ha cometido un error en la forma de aplicar la TIR. El verdadero ordenamiento es el que produce el VPN, por esta razón debe calcularse la TIR por diferentes métodos hasta que esté de acuerdo con el ordenamiento del VPN

Observación: el valor de la TIRM siempre se encuentra entre la TIR y la tasa de reinversión

TIR múltiple.

En un proyecto el flujo de caja puede ser de dos maneras, que primero haya egresos (uno o varios) y después aparecen los ingresos, (uno o varios) este tipo de proyectos reciben el nombre de proyectos convencionales y solo tienen una tasa, pero puede suceder que en un proyecto los egresos y los ingresos aparezcan en forma entrecruzada, en este caso puede suceder que existan varias tasas y el proyecto recibe el nombre de no convencional.³

En los proyectos no convencionales el hallar las tasas es un problema puramente matemático, pero, decidir cuál es la más apropiada para el proyecto es un problema que le compete a las finanzas.

Vamos a tratar en una forma elemental, sin hacer profundos análisis el problema de las tasas múltiples.

REGLA DE LOS SIGNOS DE DESCARTES

Un polinomio ordenado es aquél en que los exponentes están en orden ascendente o en orden descendente, por ejemplo:

$$3X^6 + 12X^4 - 25X^3 + 16X + 35 = 0$$

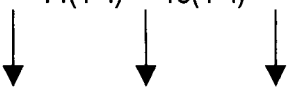
Podemos asumir que los términos en X^5 y en X^2 tienen coeficiente igual a cero por eso no figuran.

³ El nombre de flujo de caja convencional y flujo de caja no convencional es tomado de Vélez Pareja Ignacio en "DECISIONES DE INVERSIÓN" Una aproximación al análisis de alternativas (versión preliminar) CEJA Bogotá 1998 pp 153,154

Según Descartes un polinomio ordenado no tiene más raíces positivas que el número de veces en que los coeficientes cambian de signo, esto significa que la ecuación anterior a lo sumo tiene 2 raíces porque los dos primeros términos son positivos, el tercer término es negativo, esto implica un cambio de signo, el cuarto término vuelve a ser positivo lo cual implica otro cambio de signo y el quinto término sigue siendo positivo, en consecuencia en total hay dos cambios de signo y esto significa que a lo sumo habrá 2 raíces. (Los sitios donde los coeficientes cambian de signo se señalan con flechas)

Observación: al decir que a lo sumo hay 2 raíces positivas significa que puede que haya una sola raíz o que haya 2 raíces positivas pero en ningún caso puede haber más de 2 raíces positivas o que no haya ninguna tasa positiva

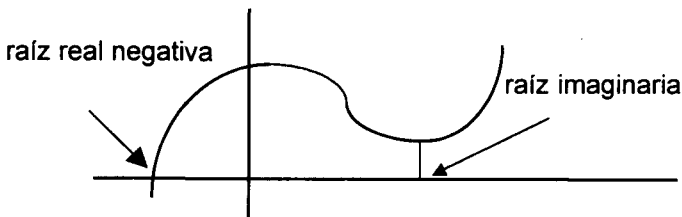
Ejemplo 4

$$26(1+i)^{-7} + 2(1+i)^{-3} - 14(1+i)^{-2} + 16(1+i)^{-1} - 40 = 0$$


La ecuación anterior a lo sumo tiene 3 raíces positivas porque hay tres cambios de signo en los coeficientes los cuales hemos señalado con las flechas.

Cuando se trabaja manualmente la mejor forma de encontrar las raíces es construir la gráfica de la ecuación y las raíces son aquellos puntos de corte de la curva sobre el eje X. Cuando trabajamos manualmente no nos interesa construir la parte negativa del eje X porque una raíz negativa significa que un proyecto tiene una tasa negativa, es decir, que si se realiza el proyecto va a dar una pérdida y no es lógico que una persona invierta un dinero con la intención de perder.

Como comentario adicional, una ecuación que tenga una curva de la siguiente forma:



Matemáticamente tiene una raíz negativa y una raíz imaginaria. En el campo de las finanzas no tiene raíces porque ya dijimos que descartábamos las raíces negativas y además debemos descartar las raíces imaginarias porque en finanzas sólo se trabaja con los números reales.

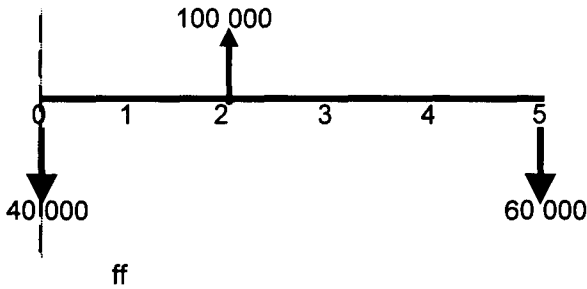
Ahora estudiemos la forma de encontrar el valor de las raíces, para ello tomemos el siguiente caso:

Ejemplo 5

Un proyecto requiere una inversión inicial de \$40 000, en el período 1 los ingresos son iguales a los egresos, en el período 2 hay un ingreso neto de \$100 000, en los periodos 3 y 4 los ingresos y los egresos vuelven a dar un flujo de caja neto de 0, finalmente en el período 5 hay un egreso de \$60 000. Calcular la TIR del proyecto.

Solución manual:

Construimos el diagrama de flujo de caja y planteamos la ecuación de valor.



$$-40\,000 + 100\,000(1+i)^{-2} - 60\,000(1+i)^{-5} = 0$$

Construimos una tabla de valores X,Y para ver el comportamiento de la gráfica y así determinar las tasas.

X	Y
0%	0
10%	5.39
20%	5.33
30%	3.01
40%	-135

Si los dineros no generan intereses obviamente la solución es el 0% o sea la solución trivial, pero teniendo en cuenta que los dineros generan intereses hay otra tasa que está entre el 30% y el 40%, que se concluye de la tabla anterior. Lo que nos interesa es el entorno al punto donde la curva corta al eje X con el fin de hacer una interpolación, para ello buscamos 2 valores para i no muy lejanos de forma tal que la función tome valores de diferente signo.

X	Y
39%	193.976
40%	-135.658

Planteamos la estructura

$$\begin{bmatrix} 39 & \dots & 193.976 \\ X & \dots & 0 \\ 40 & \dots & -135.658 \end{bmatrix}$$

Con base en esta estructura planteamos la proporción:

$$\frac{39 - 40}{39 - X} = \frac{193.976 - (-135.658)}{193.976 - 0}$$

Al despejar se tiene que $X = 39.588\%$

Los resultados anteriores nos indican que existen dos tasas y no sabemos a cual atendernos, por tal razón debemos usar una TIR modificada que nos daría una única tasa y así podemos decidir si el proyecto es aconsejable o no aconsejable realizarlo

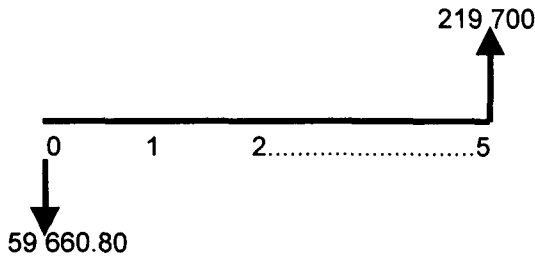
Suponiendo una tasa del 30% para la reinversión, los ingresos serán:

Ingresos: $100\,000(1 + 0.3)^3 = \$219\,700$

Para poner en valor presente los egresos usamos la tasa del 25% (tasa de un crédito corriente) y tenemos:

Egresos: $40\,000 + 60\,000(1+0.25)^{-5} = \$59\,660.80$

La TIRM será:



Podemos calcular la TIRM así:

$$219\,700 = 59\,660.80(1+i)^5$$

despejando se tiene que $TIRM = i = 29.786\%$

Esta tasa se debe comparar con la TIO para tomar una decisión.

Vale la pena anotar que no es por una simple manipulación matemática que el proyecto rinda el 29.78%. Desde el punto de vista financiero es mejor recibir \$100 000 en 2 meses que recibir \$40 000 ahora y \$60 000 en 5 meses.

Tasa interna de retorno incremental TIRI

Para calcular una TIR es indispensable que existan ingresos y egresos, pero cuando se

quiere escoger una alternativa entre varias usando la TIR puede darse el caso en que haya proyectos mutuamente excluyentes en los cuales solo se conocen los egresos pero no se conocen los ingresos o si se llegan a conocer son mínimos con relación a los egresos, en estas condiciones no es posible conocer la rentabilidad de cualquiera de los proyectos, sin embargo, es posible obtener una rentabilidad de la diferencia de inversiones, esta tasa se compara con la tasa mínima que el inversionista desea obtener, la cual venimos representando por TMAR y nos sirve para tomar una decisión.

Ejemplo 6

Dadas las alternativas A, B y C determinar la mejor alternativa usando el método de la TIR suponiendo que la TMAR= 25%, compruebe el resultado usando el VPN. Las inversiones iniciales y el costo anual de operación (CAO) son:

Proyecto:	A	B	C
Costo	100 000	120 00	110 000
CAO año1	10 000	2 000	5 500
CAO año2	12 000	3 000	6 000
CAO año3	14 000	4 000	7 000
CAO año4	16 000	5 000	8 500

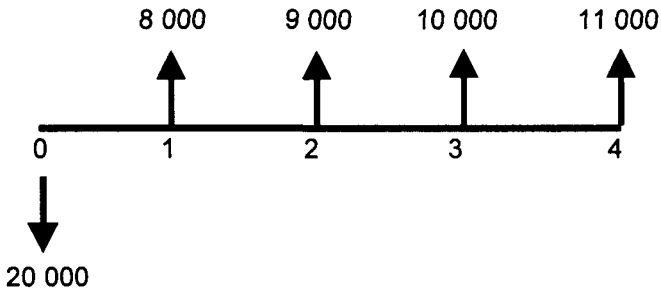
Solución

Comencemos comparando las alternativas A con B, es indispensable que las cantidades vayan con su respectivo signo, ingresos positivos y egresos negativos.

Calculemos la diferencia A – B o B – A, lo que importa es que el valor de la diferencia del flujo de caja 0 sea negativo, por tal motivo no se puede hacer B – A porque $120\,000 - 100\,000 = +20\,000$, entonces escogimos B – A y así tendremos:

Período:	A	B	B – A
0	-100 000	-120 000	-20 000
1	-10 000	-2 000	+8 000
2	-12 000	-3 000	+9 000
3	-14 000	-4 000	+10 000
4	-16 000	-5 000	+11 000

La gráfica de flujo de caja es:



Al plantear la ecuación del $VPN(B - A)$, igualarla a 0 y calcular la i se obtiene una TIR del excedente de inversión. Esta TIR recibe el nombre de tasa interna de retorno incremental que se representa por TIRI.

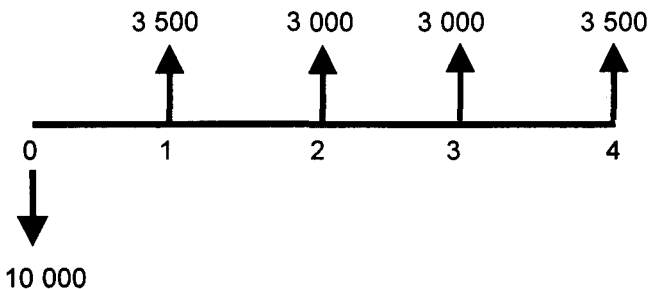
$$-20\,000 + 8\,000(1+i)^{-1} + 9\,000(1+i)^{-2} + 10\,000(1+i)^{-3} + 11\,000(1+i)^{-4} = 0$$

Como la TIRI es mayor a la TMAR se concluye que el exceso de inversión (\$20 000) genera un interés del 29.67% superior a la TMAR que es del 25%, en consecuencia para el inversionista es mejor invertir en el proyecto más costoso, esto es en el proyecto B. Ya habiendo definido que es mejor el proyecto B que el proyecto A entonces comparamos el proyecto B con el proyecto C

Observe que tenemos que tomar $B - C$ para que la diferencia en 0 sea negativa, si lo tomamos invertido $C - B$ la diferencia resulta positiva

Período:	B	C	B - C
0	-120 000	-110 000	-10 000
1	-2 000	-5 500	+3 500
2	-3 000	-6 000	+3 000
3	-4 000	-7 000	+3 000
4	-5 000	-8 500	+3 500

La gráfica del flujo de caja es:



El cálculo de la TIRI(B – C) se puede efectuar planteando la ecuación del VPN(B – C) e igualándola a 0:

$$-10\,000 + 3\,500(1+i)^{-1} + 3\,000(1+i)^{-2} + 3\,000(1+i)^{-3} + 3\,500(1+i)^{-4} = 0$$

Por cualquiera de los métodos nombrados para la solución de la ecuación anterior se tiene:

TIRI = 11.41%, lo cual nos indica que el excedente de inversión (\$10 000) genera un interés del 11.41% que es inferior a la TMAR en consecuencia el proyecto más costoso no es aconsejable por tanto nos quedamos con el proyecto C

Se concluye que si B>A y C>B entonces C>B>A por lo tanto la decisión final es invertir en el proyecto C.

Comprobación de la decisión usando el VPN.

Calculamos el VPN de cada alternativa usando la TMAR.

$$\text{VPN(A)} = -100\,000 - 10\,000(1+0.25)^{-1} - 12\,000(1+0.25)^{-2} - 14\,000(1+0.25)^{-3} - 16\,000(1+0.25)^{-4}$$

$$\text{VPN(A)} = -129\,402$$

$$\text{VPN(B)} = -120\,000 - 2\,000(1+0.25)^{-1} - 3\,000(1+0.25)^{-2} - 4\,000(1+0.25)^{-3} - 5\,000(1+0.25)^{-4}$$

$$\text{VPN(B)} = -127\,616$$

$$\text{VPN(C)} = -110\,000 - 5\,500(1+0.25)^{-1} - 6\,000(1+0.25)^{-2} - 7\,000(1+0.25)^{-3} - 8\,500(1+0.25)^{-4}$$

$$\text{VPN(C)} = -125\,306$$

El VPN mayor es el correspondiente al proyecto C por tanto debe escogerse este proyecto. La decisión es coincidente con la que indica la TIRI.

Los siguientes son dos ejemplos de complementación.

Ejemplo 7

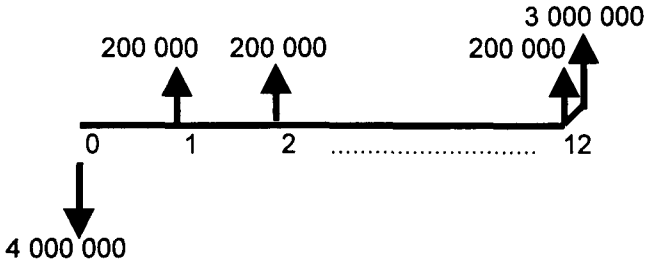
Una persona dispone de \$6 millones y como primera alternativa los puede invertir en la entidad financiera X que le paga un interés del 33% efectivo anual pero sólo acepta como mínimo la suma de \$5 millones a un año. Como segunda alternativa puede comprar una máquina a un costo de \$4 millones que le producirá ingresos mensuales por valor de \$200 000 y al final del año podrá vender la máquina en \$3 millones. Los dineros que genere la máquina podrán ser reinvertidos en la financiera Y que recibe cualquier cantidad de dinero y por cualquier tiempo siempre que no sea inferior a un mes, pero sólo paga el 2% mensual. ¿Cuál de las dos alternativas debe tomar?

Solución:

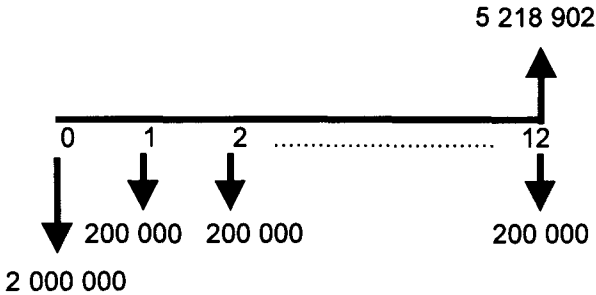
En la primera alternativa la financiera X le produce el 33% efectivo anual sobre el total de

su capital (6\$ millones) mientras que en la segunda alternativa podrá comprar la máquina y le sobrarán \$2 millones que podrá invertir en la financiera Y, además cada vez que la máquina le produzca un ingreso podrá ser reinvertido en la misma financiera Y. Esta segunda alternativa podría considerarse como formada por dos proyectos así:

Primer proyecto: compra de la máquina.



Los ingresos de \$200 000 que genera el primer proyecto vienen a ser inversiones en el segundo proyecto los cuales ganan una tasa del 2% mensual.

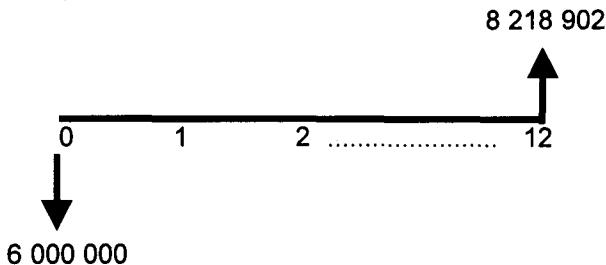


El valor de \$5 218902 se obtiene así:

$$2\,000\,000(1+0.02)^{12} + 200\,000S_{\overline{12}|2\%} = 5\,218\,902$$

Observe que en la anualidad se incluyen los \$200 000 que están en el período 12, sin embargo estos no ganan interés (ver la ecuación de valor del valor final de una anualidad ordinaria)

Al fusionar el primero y el segundo proyecto en uno solo se obtiene un tercer proyecto con egresos de \$6 millones (\$4 millones + \$2 millones) y con ingresos de \$8 218 902 que resultan de la suma de \$3 000 000 + \$5 218 902



A este tercer proyecto se le puede calcular una tasa la cual viene a ser TIR+R puesto que incluye reinversión y solo usamos una sola tasa la de reinversión.

La tasa de este último proyecto la calcularemos anual para compararla con la primera alternativa.

$$8\ 218\ 902 = 6\ 000\ 000(1 + i)^1$$

Al despejar i se obtiene el 36.98% efectivo anual y se concluye que es mejor la segunda alternativa que la primera que solo da el 33% efectivo anual.

Ejemplo 8

Una industria puede adquirir una máquina a un costo de \$6 millones, tendrá una vida útil de 5 años y prácticamente no tendrá valor de salvamento, la máquina será totalmente depreciada en 3 años por partes iguales, el estudio de mercados indica que los ingresos del primer año serán aproximadamente de \$3 millones y aumentarán todos los años un 30%, por otra parte se estima que el costo de producción del primer año será de \$800 000 y cada año aumentará en \$200 000. Suponiendo una tasa impositiva del 38% determinar la rentabilidad del proyecto usando un horizonte de planeación de 5 años.

Solución:

Primero buscamos la Base (necesaria para el cálculo de los impuestos).

$$\text{Base} = \text{Ingreso} - \text{Costo} - \text{Depreciación.}$$

Después calculamos el impuesto

$$\text{Impuesto} = 0.38 \times \text{Base}$$

Finalmente calculamos el flujo neto de caja así:

$$\text{FNC} = \text{Ingreso} - \text{Costo} - \text{Impuesto}$$

Observación: La depreciación es una cifra puramente contable, no es dinero en efectivo, por tal motivo no se toma en cuenta para calcular el FNC, pero si es importante tomarlo en cuenta en la base para calcular el impuesto.

A continuación presentamos la tabla necesaria para calcular el flujo de caja.

Per	Ingreso	Costo	Depreciación	Base	Impuesto	FNC
0	-6 000 000	0	0	0	0	-6 000 000
1	3 000 000	800 000	2 000 000	200 000	76 000	2 124 000
2	3 900 000	1 000 000	2 000 000	900 000	342 000	2 558 000
3	5 070 000	1 200 000	2 000 000	1 870 000	710 600	3 159 400
4	6 591 000	1 400 000	-	5 191 000	1 972 580	3 218 420
5	8 568 300	1 600 000	-	6 968 300	2 647 954	4 320 346

Si hacemos el VPN = 0 podemos hallar la TIR.

$$\text{VPN} = -6\,000\,000 + 2\,124\,000(1+i)^{-1} + 2\,558\,000(1+i)^{-2} + 3\,159\,400(1+i)^{-3} + 3\,218\,420(1+i)^{-4} + 4\,320\,346(1+i)^{-5} = 0$$

Al resolver esta ecuación por interpolación se obtiene:

$i = 36.58\%$ efectivo anual que viene a ser la rentabilidad del proyecto.

NOTA: Para facilitar los cálculos nos permitimos remitir al lector al libro "EXCEL Y LA CALCULADORA FINANCIERA APLICADOS A LA INGENIERIA ECONOMICA" POR Guillermo Baca Currea editorial FONDO EDUCATIVO PANAMERICANO. Primera edición BOGOTA 1999

Problemas propuestos.

- 1 Se proyecta invertir \$600 000 en la compra de un depósito a término fijo que vence en 7 meses y su valor de maduración es de \$825 000. Determinar la tasa efectiva anual que ganaría la inversión.

Respuesta: 72.62%

- 2 Para llevar a cabo un proyecto se necesita invertir hoy \$300 000, producirá un ingreso de \$150 000 en 3 meses y \$280 000 en 8 meses. Determinar la rentabilidad mensual y la rentabilidad efectiva anual que genera el proyecto.

Respuesta: 6.0965% efectivo mensual y 103.43% efectivo anual.

- 3 Un activo financiero tiene un costo de \$885 000, paga intereses trimestrales de \$9 000 y un valor de maduración de \$1 millón al final de 15 meses. Determinar la rentabilidad efectiva anual.

Respuesta: 14.5%

- 4 Resuelva el problema anterior suponiendo que los intereses tan pronto se cobran son reinvertidos a la tasa del 10% efectivo trimestral.

Respuesta: 15.088%

- 5 Un documento cuesta \$600 000 y produce un interés trimestral de \$12 000 durante 2 años, al final de este tiempo el documento puede ser vendido en la suma de \$700 000. Hallar la rentabilidad periódica trimestral que generaría este proyecto de inversión.

Respuesta: 3.8% efectivo trimestral

- 6 Resuelva el problema anterior suponiendo que los intereses trimestrales que se reciben son inmediatamente invertidos al 23% nominal trimestral. Con esta nueva condición calcular la tasa con reinversión pero con efectividad anual.

Respuesta: 16.74% efectivo anual.

- 7 Un artículo tiene un precio de lista al contado de \$900 000, pero se puede comprar a crédito según los siguientes planes:

Plan A cuota inicial 30% y 12 cuotas mensuales de \$62 989.

Plan B cuota inicial 20% y 24 cuotas mensuales de \$43 000.

Determinar la mejor alternativa usando la TIR.

Respuesta: plan A tasa 2.92% efectivo mensual, plan B tasa 3.11% efectivo mensual.

- 8 Un proyecto necesita una inversión inicial de \$3 millones y generará ingresos mensuales de \$300 000 durante 2 años, al final de este tiempo habrá que pagar \$2 millones a los empleados por prestaciones sociales, y sueldos pendientes de pago. Determinar todas las tasas del proyecto y decidir cuál es la verdadera.

Respuesta: - 14.046% efectivo mensual y 7.22% efectivo mensual esta última es la verdadera.

- 9 Una máquina cuesta \$1 millón, se estima que para el primer mes producirá un ingreso de \$120 000 y que cada mes el ingreso aumentará un 15%. La máquina tendrá una vida útil de 5 años y al final de este tiempo su valor de salvamento es despreciable. Determinar la rentabilidad efectiva mensual.

Respuesta: 26.968% efectivo mensual.

- 10 Resuelva el problema anterior suponiendo que los ingresos mensuales no crecen un 15% sino que crecen cada mes en \$5 000.

Respuesta: 15.26% efectivo mensual.

- 11 Un empleado recibe un ingreso extra de \$20 millones. Con éste dinero puede comprar un taxi que tiene las siguientes características desde el punto de vista financiero: precio \$30 millones; cuota inicial \$20 millones; financiación cuotas anuales fijas de \$6 millones durante 3 años; ingresos anuales de \$22 para el primer año que se va incrementando todos los años en un 20%, el valor de los costos anuales para el primer año son de \$15 millones y se va incrementando todos los años un 30%; vida útil 5 años; valor de salvamento 50% del costo inicial. ¿Cuál es la rentabilidad anual?

Respuesta: 5.172%

- 12 Desea invertirse la suma de \$3 millones en la compra de un terreno que va a ser utilizado en labores agropecuarias; al final del quinto año, el terreno será entregado a los trabajadores, en pago de las prestaciones sociales. Se estima que, al final de cada año, se obtendrán ingresos por venta de productos y egresos, por compra de semillas, concentrados y honorarios distribuidos así: (en millones de pesos)

Año	0	1	2	3	4	5
Ingreso	0	0.5	2	3	5	6
Egreso	3	1	0.7	0.5	0.5	0.5

- Suponiendo una TIO = 30%, Calcular la rentabilidad del proyecto a) sin reinversión y b) con reinversión de los dineros que vaya liberando el proyecto.

Respuestas: a) 44.63%; b) 40.35%

- 13 Dos deudas: una de \$10 000 con vencimiento en 6 meses e intereses del 30% nominal trimestral y otra deuda de \$20 000 con vencimiento en 18 meses e intereses al 28% nominal semestral se proyectan cancelar mediante un solo pago de \$38 000 a efectuarse en 12 meses. Calcular la tasa efectiva mensual a la cual se proyectan cancelar las deudas.

Respuesta: 4.08% EM o al 12.408% EM

- 14 Una persona planea radicarse en el exterior dentro de 3 años. Actualmente tiene ahorrados \$20 millones los cuales puede invertir en una financiera que como mínimo le recibe \$20 millones y paga el 35% anual en depósitos a término fijo de un año, también podrá adquirir un local con una cuota inicial de \$10 millón, \$5 000 000 a 3 meses y \$5 000 000 a 6 meses, él podría arrendar el local inmediatamente en la suma de \$300 000 pagaderos por mes anticipado por los próximos 2 años y en \$400 000 durante el tercer año. Al final de los 3 años estima que podrá vender el local en unos \$30 millones, ¿qué alternativa debe decidir suponiendo que cada vez que haya excedente de dinero será reinvertido inmediatamente al 1.5% efectivo mensual?

Respuesta: Depósitos a término fijo ganan el 35%, local con pequeño depósito a término fijo al inicio del proyecto gana el 32.78%. Decidir depósitos a término fijo.

- 15 Una fábrica de televisores está adquiriendo en el mercado cierto circuito impreso, a un costo de \$1 000 la unidad y se cree que cada año aumentará el costo en un 10%. Para disminuir costos los directivos están pensando en comprar los equipos necesarios para producir los circuitos impresos; el costo de los equipos es de \$12 millones, tiene una vida útil de 5 años y un valor de salvamento de \$300 000; el costo fijo de operación es de \$480 000 al año y permanecerá constante durante los 5 años que dura el proyecto. Los costos variables son de \$150 por unidad que se fabrique. Si se proyecta una producción de 5 000 televisores el primer año y se estima que la producción se podrá incrementar cada año en un 20% ¿cuál será la rentabilidad del proyecto?

Respuesta: TIRI = 43.85%

- 16 Un proyecto necesita una inversión inicial de \$900 000, para la compra de una máquina que generará \$650 000 anuales por los próximos 3 años; los costos de producción son de \$100 000 anuales, la máquina se depreciará en 3 años, en línea recta, y no tendrá valor de salvamento. Suponiendo una tasa de impuestos del 40%
- Calcular la TIR después de impuestos:
 - La TIR deflactada suponiendo una inflación promedio del 28%

Respuestas: a) 23.375%, b) -3.61%

- 17 Para producir cierto artículo una fábrica necesita hacer una inversión de \$7 millones de los cuales \$2 millones deberán ser financiados por un banco que exige se le cancele el préstamo en 3 pagos anuales uniformes con intereses al 38% efectivo anual.

La capacidad máxima de la fábrica es de 20 000 unidades al año, pero el primer año solo estará en capacidad de producir el 40%, el segundo año el 50%, el tercer año el 75%, el cuarto año el 90% y el quinto año el 100%

Cada artículo puede venderse durante el primer año en \$2 000 y por razones de competencia se piensa que solo se podrá aumentar el precio cada año en un 15% Los costos de producción serán de \$1 200 el primer año y se estima que subirán cada año un 20%

La nómina del primer año es de \$2 500 000 y probablemente todos los años habrá que aumentarla en un 20%

La maquinaria por valor de \$5 millones será depreciada en 5 años en línea recta. Con una tasa impositiva del 30% y usando un horizonte de planeación de 5 años calcular:

- el flujo neto de caja
- La TIR
- La tasa deflactada suponiendo una inflación del 25%

Respuestas: a) – 5 000 000, 2 031 190, 3 167 974, 6 283 035, 9 474 690,
10 806 895
b) 75.45% c) 40.36%

- 18 Una fábrica necesita adquirir una máquina para su planta de acabados. Puede comprar una máquina importada, de las últimas que le quedan al distribuidor, a un costo de \$300 000; tiene una vida útil de 4 años y, al final de este tiempo podrá venderse en \$50 000. El costo anual de operación que incluye combustibles, lubricantes y mantenimientos menores, se estima en \$25 000. También puede comprarse una máquina de fabricación nacional, la cual aunque no cumple exactamente con las especificaciones técnicas requeridas podría adaptarse haciendo unas pequeñas modificaciones. Su costo es de \$400 000, tiene una vida útil de 6 años al final de los cuales podrá ser vendida en \$100 000, pero a los tres años de uso deberán cambiarse los pistones y las bielas a un costo estimado de \$80 000; en compensación, el costo anual de operación es de solo \$5 000. Suponiendo la $TMAR = 30\%$ decidir cuál máquina comprar.

Respuesta: $TIRI = 22.67\%$ inferior a la $TMAR$, mejor la más barata, decidir importada.

- 19 Determinar la $TIRI$ del incremento de inversión de la alternativa B:

Alternativa	A	B
Costo inicial	\$600 000	\$900 000
CAO en el año n	$60\,000(1.1)^{n-1}$	$30\,000(1.1)^{n-1}$
Salvamento	10%	10%
Vida útil en años	10	10

Respuesta $TIRI = 8.97\%$

- 20 Se desea construir un puente sobre un río, los ingenieros han señalado 4 posibilidades para la construcción cuyos costos en millones de pesos están en la siguiente tabla:

Clase	A	B	C	D
Costo	100	132	87	125
CAO	17	8	27	12
K	30	30	30	30

Usando la $TIRI$ determine la mejor opción.

Respuesta: Clase B

- 21 Una compañía petrolera adquiere los derechos de explotación de unos pozos pagando

ahora US\$6 millones y US\$6 millones en 8 años. Por problemas de liquidez decide ceder el contrato a otra compañía que ofrece pagarle US\$15 millones en 3 años.

- Hallar todas las tasas
- calcular la rentabilidad incluyendo una tasa de reinversión del 30% y que la tasa de financiación es del 28%

Respuestas: a) TIR1 = -11.055% EA, TIR2 = 30.824% EA, b) TIRM = 29.99% EA

- 22 Un proyecto minero requiere una inversión inicial de \$1 000 millones y producirá ingresos de \$500 millones por los próximos 6 años, en el año 7 existirá un equilibrio entre ingresos y egresos y en el año 8 se habrá agotado la mina y al devolver el terreno será necesario dejarlo en condiciones aptas para la agricultura lo cual se puede hacer a un costo estimado de \$1 500 millones.

- Hallar la rentabilidad del proyecto
- La TIRM suponiendo una tasa de financiación del 30% y una tasa de reinversión del 25%

Respuestas: a) -9.3498%, 38.769% b) 28.49%

- 23 Un comerciante le debe a un banco 2 pagarés el primero por \$120 000 con vencimiento en 10 meses y el segundo por \$90 000 con vencimiento en 12 meses. Por problemas de liquidez el comerciante ofrece pagar al banco \$92 450 al final de 6 meses y pide un plazo de 2 años para pagar el resto de la deuda. El banco hace los cálculos y le dice al comerciante que para esa época deberá pagar \$181 064.

- ¿Qué tasa nominal trimestral está cobrando el banco?
- Suponiendo que el comerciante siempre invierte su dinero al 4%EM y que la tasa a la cual él puede descontar su flujo de caja (es decir tasa de financiación) es del 2.8%EM ¿cuál es la tasa a la cual le sale el crédito?

Respuestas: a) 5.3631% EM o el 15.2% EM Como existe una TIR múltiple deberá utilizar el método de la TIRM para tomar una decisión.

b) TIRM = 3.036% EM

- 24 ¿A qué tasa los siguientes flujos de caja son equivalentes?

Año	A	B
0	-100 000	-100 000
1	70 000	40 000
2	55 000	50 000
3	40 000	85 000

Respuesta: 14.424%

25 ¿A qué tasa son indiferentes las siguientes alternativas?

Alternativa	A	B
Costo	10 000	15 000
CAO	4 000	3 000
Vida útil (K)	5	10

Respuesta: 34.883% (sugerencia tome tiempos iguales)