

# Costo anual uniforme equivalente

## CAPITULO 10

El índice *Costo Anual Uniforme Equivalente*, *CAUE*, consiste en reducir todos los ingresos y todos los egresos a una serie uniforme equivalente de pagos de esta forma los costos durante un año de una alternativa se comparan con los costos durante un año de la otra alternativa.

Normalmente el período de comparación es un año de ahí el nombre *Costo Anual Uniforme Equivalente*, sin embargo, puede darse el caso de existir el costo mensual uniforme equivalente o con otra clase de período.

La ventaja de éste índice es que no exige que se tenga que tomar tiempos iguales como en el caso del *VPN* sino que únicamente se comparan los costos que en forma equivalente se hayan causado durante un año.

Al hacer las gráficas de la línea de tiempo utilizaremos la convención ya establecida, ingresos con flechas hacia arriba y egresos con flechas hacia abajo.

También puede ser utilizado en aquellos casos en que el uso del *VPN* puede ser dispendioso, como en el caso en que el mínimo común múltiplo de las vidas útiles de las alternativas sea muy grande.

### Ejemplo 1

Se necesita adquirir un motor para la planta de acabados de una fábrica, en el mercado existen dos marcas de motores que cumplen con las especificaciones técnicas de potencia, velocidad, eficiencia, etc.

La información que desde el punto de vista económico se proporciona, es la siguiente:

	A	B
1) Costo inicial	100 000	500 000
2) Costo mensual de operación	5 000	10 000
3) Años de vida útil	5	20
4) Valor de salvamento	15 000	150 000
5) Reparación general al año 12.	—	200 000

Con una tasa del 2.5% efectivo mensual hallar la mejor alternativa.

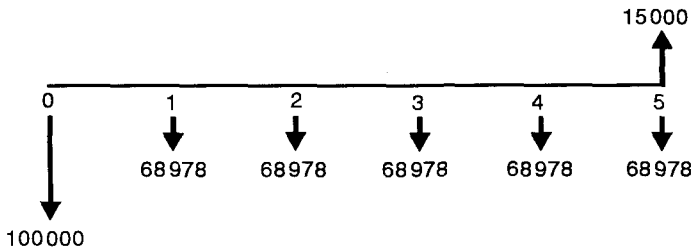
Solución:

Alternativa A

El costo mensual de operación se puede reducir a un costo anual de operación así:

$$CAO = 5\,000 \overline{S12} | 2.5\% = \$68\,978$$

y la Alternativa A puede ser reducida a:



Ahora debemos hallar una tasa anual equivalente al 2.5% efectivo mensual debido a que los \$68 978 son costos anuales.

$$(1+0.025)^{12} = (1+t)^1 \quad \text{entonces} \quad t = 34.489\% \text{ efectivo anual}$$

Para calcular el CAUE será necesario:

a) Dividir los \$100 000 en 5 pagos anuales uniformes de \$X c/u así:

$$100\,000 = X \overline{a5} | 34.489\% \quad \text{entonces} \quad X = \$44\,633$$

b) Dividir los \$15 000 en 5 pagos anuales uniformes de \$Z así:

$$15\,000 = \overline{S5} | 34.489\% \quad \text{entonces} \quad Z = \$1\,522$$

Usando el signo negativo para los egresos, el CAUE será :

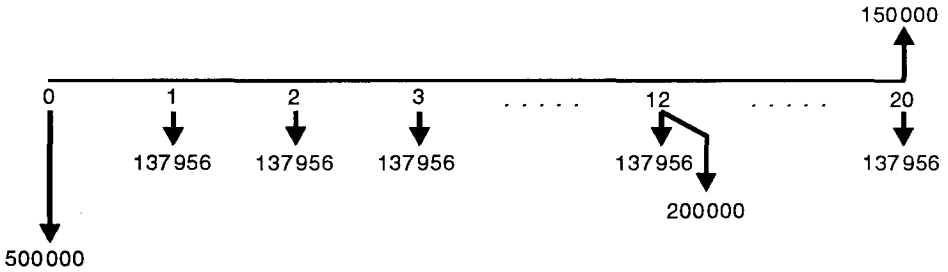
$$- 68\,978 - 44\,633 + 1\,522 = - \$112\,089$$

Alternativa B

En igual forma que en la Alternativa A, el costo mensual de operación de \$10 000 deberá ser convertido en un CAO así:

$$CAO = 10\,000 \overline{S12} | 2.5\% = \$137\,956$$

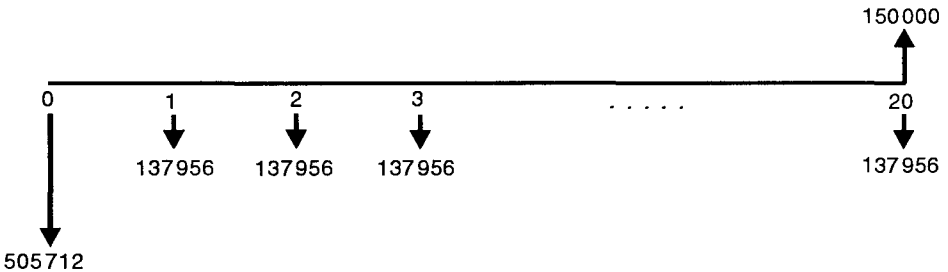
y la Alternativa B puede ser reducida a:



Los \$200 000 que figuran en el año 12 pueden ser llevados a valor presente y luego sumados con los \$500 000 así:

$$200\,000(1+0.34489)^{-12} + 500\,000 = \$505\,712$$

y la gráfica puede ser reducida a:



Para calcular el CAUE será necesario:

a) dividir los \$505 712 en 20 pagos anuales de \$X c/u

$$505\,712 = X \overline{a}_{20|34.489\%} \text{ entonces } X = \$174\,882$$

b) dividir los \$150 000 en 20 pagos anuales de \$Z c/u

$$150\,000 = Z \overline{s}_{20|34.489\%} \text{ entonces } Z = \$138$$

Finalmente:  $-174\,882 - 137\,956 + 138 = -\$312\,700$

Decisión optar por el motor de la marca A

Observese que para hallar la cuota anual de una cantidad que está al principio se divide por  $\overline{a}_{n|t}$  y si está al final se divide por  $\overline{s}_{n|t}$

## Ejemplo 2

El jefe de producción de una fábrica debe decidir entre dos máquinas A y B. Las características de cada una son:

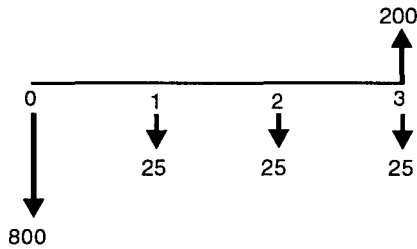
Maq.	C	K	S	CAO
A	\$800 000	3 años	200 000	25 000
B	\$600 000	2 años	150 000	30 000

Con una tasa del 36% determinar la mejor alternativa.

*Solución:*

*Alternativa A*

La gráfica correspondiente a un solo ciclo es:



cifras en miles de pesos

Para calcular el *CAUE* será necesario:

a) dividir los \$800 000 en 3 pagos anuales uniformes de \$X c/u

$$800\,000 = X \overline{a}_{\overline{3}|36\%} \quad \text{entonces} \quad X = \$478\,042$$

b) dividir los \$200 000 en 3 pagos anuales uniformes de \$Y c/u

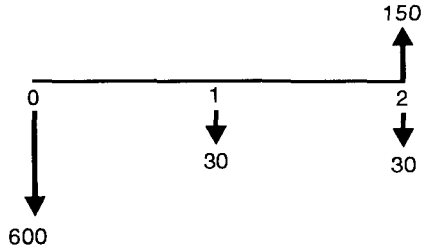
$$200\,000 = Y \overline{a}_{\overline{3}|36\%} \quad \text{entonces} \quad Y = \$47\,510$$

Usando el signo negativo para los egresos, el *CAUE* será:

$$-478\,042 - 25\,000 + 47\,510 = -\$455\,532$$

$$\text{CAUE Alternativa A} = -\$455\,532$$

Alternativa B:



cifras en miles de pesos

Para calcular el *CAUE* será necesario:

a) dividir los \$600 000 en 2 pagos anuales de \$ $X$  c/u

$$600\,000 = X \overline{a}_{2|36\%} \quad \text{entonces } X = \$470\,237$$

b) dividir los \$150 000 en 2 pagos anuales de \$ $Y$  c/u

$$150\,000 = Y \overline{a}_{2|36\%} \quad \text{entonces } Y = \$63\,559$$

$$-470\,237 - 30\,000 + 63\,559 = -\$436\,678$$

$$\text{CAUE de la Alternativa B} = -\$436\,678$$

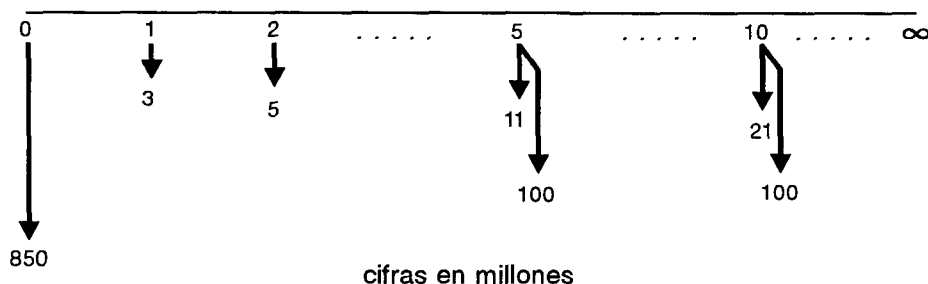
Decisión: Alternativa B

### Ejemplo 3

Se plantea la construcción de un puente y se han presentado dos proyectos, el primero es un puente colgante a un costo de \$850 millones, cada año habrá que darle mantenimiento a la plataforma de asfalto a un costo de \$3 millones, se estima que las reparaciones serán cada vez mayores y que éstas aumentarán de precio todos los años en \$2 millones y cada 5 años habrá que cambiar los cables que sostienen el puente a un costo fijo de \$100 millones, el segundo proyecto es un puente en concreto a un costo de \$900 millones, cada 3 años habrá que reacondicionar las bases a un costo de \$25 millones, el costo anual de mantenimiento se puede considerara fijo en \$5 millones. Con una tasa del 25% determinar la mejor alternativa.

*Solución:*

Puente colgante:



El procedimiento para calcular el *CAUE* será el siguiente:

a) calculamos el valor presente de un gradiente lineal infinito (correspondiente al mantenimiento de la plataforma de asfalto) y lo dividimos en una serie infinita de pagos de  $\$X$  al final de cada año así:

$$VP = \frac{3}{0.25} + \frac{2}{(0.25)^2} = \$44 \text{ millones}$$

Los \$44 millones de hoy, se dividen en una serie infinita de pagos anuales de  $\$X$ , para ello, reemplazamos en:

$$VP = \frac{R}{i}$$

que corresponde a la fórmula del valor presente de una anualidad infinita, entonces:

$$44 = \frac{X}{0.25} \text{ de donde } X = \$11 \text{ millones}$$

b) dividimos un pago de \$100 millones en una serie uniforme de 5 pagos de  $\$Y$  al final de cada año así:

$$100 = Y \overline{S5} | 25\% \text{ entonces } Z = \$12.18 \text{ millones}$$

c) dividimos los \$850 millones en una serie infinita de pagos de  $\$Z$  al final de cada año así:

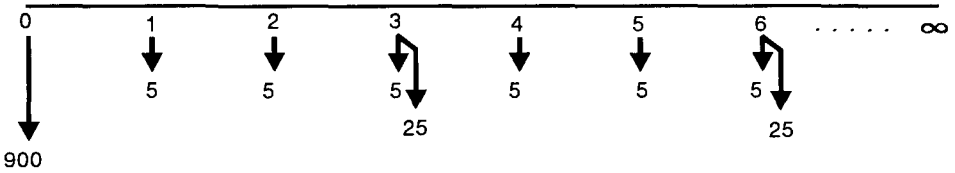
$$850 = \frac{Z}{0.25} \text{ entonces } Z = \$212.5 \text{ millones}$$

d) Entonces el *CAUE* del puente colgante será:

$$X + Y + Z = 11 + 12.18 + 212.5 = \$235.68 \text{ millones}$$

pero le agregamos el signo negativo desde que todas las cantidades son egresos, esto es:  $-\$235.68$  millones

Puente de concreto:



cifras en millones

El procedimiento para calcular el **CAUE** será el siguiente:

a) dividimos los \$900 millones en una serie infinita de pagos de  $\$X$  c/u, al final de cada año así:

$$900 = \frac{X}{0.25} \text{ entonces } X = \$225 \text{ millones}$$

b) dividimos un pago de \$25 millones en una serie uniforme de 3 pagos de  $\$Y$  c/u hechos al final de cada año.

$$25 = Y \overline{S}^3 | 25\% \text{ de donde se obtiene: } Y = \$6.56 \text{ millones}$$

c) El costo anual de mantenimiento ya viene dado en \$5 millones

d) El **CAUE** del puente de concreto será:

$$X + Y + 5 + 22.5 + 6.56 + 5 = \$236.56 \text{ millones}$$

pero como todas las cantidades son egresos le agregamos el signo negativo y quedará así:  $-\$236.56$  millones

*Observación:* la decisión es la misma si se hubiera utilizado el **VPN**

### Ejemplo 4

Una fábrica está trasladando sus productos semielaborados a la unidad de acabados, en una forma muy rudimentaria; utiliza carros arrastrados por caballos, a un costo actual de \$1 860 000 y estima que cada año aumentará su costo en un 23%; por lo tanto, ha estudiado dos posibilidades para aumentar su eficiencia. La primera consiste en una banda transportadora con una extensión de 850 metros; el costo actual del metro es de

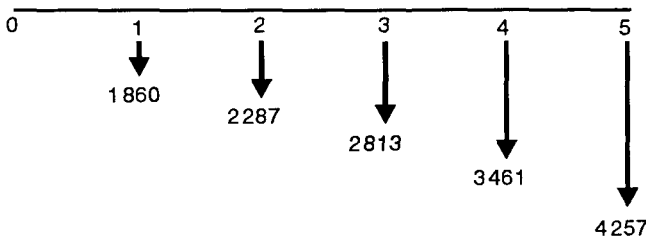
\$4 000 y se estima que tendrá una vida útil de 5 años. El costo anual de operación se espera sea de \$800 000, para el primeraño, y cada uno de los siguientes años, sus costos se elevarán constantemente en \$85 000, al final de los cuales no habrá valor de salvamento. La segunda posibilidad consiste en utilizar un tren conformado por 3 vagones remolcados por un tractor; además, será necesario construir un puente de madera a un costo de \$1 500 000, con una vida útil de 5 años. El costo del tractor es de \$3 000 000 y el de cada vagón, de \$200 000; la vida útil de todo el tren se espera sea de unos 5 años, tendrá un valor de salvamento de \$1 300 000 y se estima que su costo anual de operación sea constante en unos \$400 000; pero, al final del tercer año, deberá hacerse una reparación general a un costo de \$600 000. Suponiendo una tasa del 25%, ¿qué debe hacer?

*Solución :*

Realmente se presentan tres alternativas; la primera sería; la de no hacer nada es decir, seguir trabajando en forma rudimentaria la segunda sería la compra de la banda transportadora y la tercera sería la compra del tren.

Comenzamos el análisis calculando el CAUE para la alternativa de no hacer nada.

Año	1	2	3	4	5
CAO	1 860 000	2 287 800	2 813 994	3 461 213	4 257 952



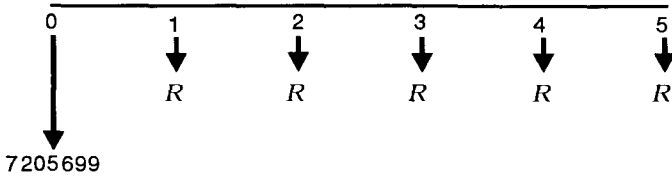
en miles de \$

Para calcular el CAUE, debemos convertir este gradiente en una serie de pagos anuales uniformes; entonces, el primer paso será hallar el valor presente de la serie de pagos haciendo uso de la fórmula del gradiente geométrico:

$$X = \frac{-1\,860\,000[(1+0.23)^5(1+0.25)^{-5}]}{0.23 - 0.25} = -\$7\,205\,699$$

El valor presente del gradiente lo dividimos en una serie uniforme de 5 pagos anuales de \$R así:





$$-7\,205\,699 = R \overline{a}_{5|25\%}, \text{ de donde se obtiene que } R = -\$2\,679\,416$$

el signo negativo indica que es un costo que se tiene cada año:

$$CAUE \text{ (no hacer nada)} = -\$2\,679\,416$$

Ahora analizaremos la compra de la banda transportadora:

$$\text{Costo total} = 850 \times 4\,000 = \$3\,400\,000$$

Año	1	2	3	4	5
CAO	800 000	885 000	970 000	1 055 000	1 140 000

Igual que en la alternativa anterior, hallamos el valor presente de la serie de pagos pero, usando la fórmula del valor presente del gradiente lineal.

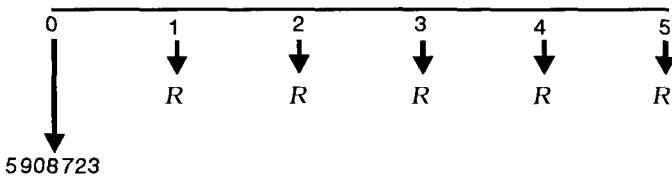
$$X = 800\,000 \overline{a}_{5|25\%} + \frac{85\,000}{0.25} [\overline{a}_{5|25\%} - 5(1+0.25)^{-5}]$$

$$X = \$2\,508\,723$$

A este valor habrá que adicionarle el costo de la banda transportadora, por lo tanto, el costo total será:

$$2\,508\,723 + 3\,400\,000 = \$5\,908\,723$$

Para calcular el CAUE dividimos el valor anterior en una serie de 5 pagos anuales de \$R c/u así:



$$-5\,908\,723 = R \overline{a}_{5|25\%} \text{ entonces } R = -\$2\,197\,139$$

como todos son costos el CAUE será negativo

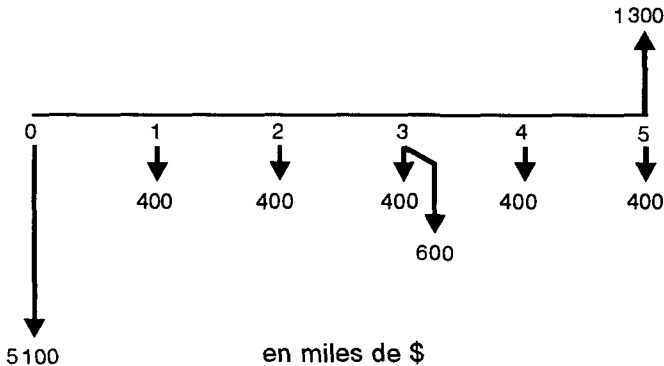
$$CAUE \text{ (banda transportadora)} = -\$2\,197\,139$$

Ahora analizaremos lo que pasa con el tren.

El costo total será:

Valor del tractor	=	3 000 000
Valor de los 3 vagones	=	600 000
Costo del puente	=	1 500 000
<b>Total</b>		<b>\$5 100 000</b>

El dibujo correspondiente a esta alternativa será:



$$CAUE = \frac{-5\,100\,000}{0.5|25\%} - 400\,000 - \frac{600\,000(1+0.25)^{-3}}{0.5|25\%} + \frac{1\,300\,000}{5|25\%}$$

$$CAUE \text{ (tren)} = -\$2\,252\,249$$

Como el *CAUE* más barato es el que corresponde a la banda transportadora nos decidimos por esta alternativa.

Otro aspecto que debe tenerse en cuenta en este caso es el factor social, puesto que con esta alternativa se dejarían cesantes a las personas encargadas de manejar los carros de caballos.

### PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1) Una ciudad planea canalizar el río que la atraviesa, a un costo de \$100 millones, el CAO es de \$ 5 millones y, cada 4 años, se requerirá un mantenimiento general, a un costo de \$30 millones; además, la señalización del canal tendrá que ser

restaurada cada 5 años, a un costo de \$6 millones. Se supone que la obra de canalización tiene una duración indefinida. Calcular el *CAUE*, con tasa del 20%

*Respuesta: CAUE: \$31 394 952*

- 2) El ejecutivo de una fábrica propone adquirir una prensa, cuyo costo es de \$2 millones; el dinero necesario puede ser adquirido con un préstamo del banco ABC, el cual exige le sea devuelto en pagos mensuales uniformes, durante 3 años y con un interés del 33% CM. La prensa tiene una vida útil de 5 años y un valor de salvamento de \$400 000. Si se espera que la prensa produzca unos ingresos mensuales de \$70 000 y que la tasa del inversionista es del 45.6% CM. ¿Debe adquirirse?

*Respuesta: representaremos por CMUE al costo mensual uniforme equivalente.  
CMUE = - \$1 153 no adquirir.*

- 3) Determinar el edificio que deberá construirse si el edificio A tendrá un costo de \$50 millones y producirá unos ingresos netos anuales de \$2 millones y el edificio B tendrá un costo de \$57 millones e ingresos netos anuales de \$2.8 millones. En ambos casos se estima una vida útil de unos 30 años; el valor del salvamento será prácticamente nulo y se requerirá una inversión adicional de \$5 millones para la compra del terreno, el cual podrá ser vendido al cabo de 30 años en \$1 200 millones. Suponga que la tasa del inversionista es de a) 36% y b) 12%

*Respuestas: a) CAUE (A) = - \$17 759 357, CAUE (B) = - \$19 479 606. En este caso es mejor no construir porque hay pérdidas en ambos situaciones.  
b) CAUE (A) = \$144 488, CAUE (B) = \$75 482 Ahora la decisión está por el edificio A*

- 4) Una empresa requiere que sus vendedores se movilicen en vehículo por razones de distancia, ahorro de tiempo y prestigio; estos vehículos no pueden ser de más de 3 años de antigüedad. Se han presentado a estudio dos posibilidades: la primera tomar en arriendo los vehículos, cuyo costo sería el siguiente: primer año \$450 000 y, después, se incrementa cada año un 20%. Estas sumas serán pagaderas al principio de cada año. La segunda alternativa es comprar vehículos a un costo inicial de \$4 millones c/u; el costo de seguros e impuestos es del orden de \$400 000 todos los años y se estima el *CAO* en \$25 000 para el primer año, \$30 000 el segundo año y \$38 000 el tercer año. Debido a un proceso inflacionario, el valor del vehículo al cabo de los tres años se estima en \$7 millones. Si la empresa utiliza una tasa del 25%, determinar la mejor alternativa.

*Respuesta: CAUE arriendo \$664 303, CAUE compra \$643 164. Decidir compra.*

- 5) Desea montarse una fábrica que necesita energía eléctrica para su funcionamiento, en la región, no es posible obtener energía de la red pública, por lo tanto es

indispensable construir su propia planta. Se han considerado dos posibilidades: la primera consiste en construir una pequeña represa en lo alto de una montaña, la cual es alimentada por un río; el agua podrá salir de la represa a través de una tubería que alimentaría una unidad turbogeneradora. El costo inicial de éste proyecto sería de: \$300 millones para la compra del terreno y construcción de la represa, con un período de vida útil indefinido; requerirá una limpieza anual de malezas y sedimento, a un costo de \$200 000. Además se requiere invertir \$60 millones en la compra de la unidad turbogeneradora, la cual tiene una vida útil de 15 años con un valor de salvamento de \$10 millones y un CAO de \$1 millón. La segunda alternativa es la compra de una unidad termo-eléctrica, a un costo de \$200 millones, un CAO de \$15 millones, una vida útil de 10 años y un valor de salvamento de \$18 millones. Suponiendo que la fábrica utilizará una tasa del 23% y que la generación de energía eléctrica debe durar por tiempo indefinido, decida la alternativa que debe tomar.

*Respuesta:* CAUE Hidroeléctrica: \$84 539 553  
 CAUE Termoeléctrica: \$67 043 940  
 Decidir Termoeléctrica.

- 6) Para mejorar las vías de comunicación de un municipio, es necesario construir un puente; se han presentado dos alternativas: la primera es un puente en concreto, a un costo de \$100 millones, con una vida útil de 100 años (para efectos prácticos 100 o más años puede considerarse como de vida útil infinita, para tasas superiores al 10% se puede ir acortando el tiempo); cada 4 años, deberá ser repavimentado, a un costo de \$2 millones. Los costos anuales de reparaciones menores e inspecciones se estima no superan los \$100 000 (CAO = \$100 000). La segunda alternativa es construir un puente colgante de madera, con cables de acero, a un costo de \$20 millones, con una vida útil de 6 años y un valor de salvamento de \$1 millón. Cada 3 años los cables de acero deberán ser reemplazados a un costo de \$7 millones y tendrá un CAO de \$600 000. Si se considera una tasa del 15%, ¿Qué alternativa debe escoger?

*Respuesta:* CAUE concreto \$15 500 531; CAUE colgante: \$6 986 681  
 Decidir por el puente colgante.

- 7) Una fábrica necesita adquirir un motor para accionar un molino. Suponiendo una tasa del 25% decidir entre los motores A y B, teniendo en cuenta la siguiente información: Motor A: costo \$1 200 000; vida útil 10 años; el CAO que incluye combustible, aceite y reparaciones menores se estima, el primer año, \$120 000 y, cada año, su costo de operación se incrementará un 10%; pero habrá que hacer una reparación mayor en el sexto año, a un costo estimado de \$600 000 y tendrá un salvamento de \$400 000. Motor B: costo \$800 000; vida útil 7 años; el CAO del primer año se estima en \$700 000 y, cada año, se incrementará en \$10 000; cada 3 años, deberá hacerse una reparación mayor a un costo \$360 000 y tendrá un salvamento de \$100 000.

*Respuesta:* CAUE (A) = \$529 768; CAUE (B) = \$1 056 025. Decidir por el motor A.

- 8) Determinar la mejor opción desde el punto de vista económico, entre las siguientes opciones con vida útil indefinida: construir un puente colgante a un costo de \$300 millones con un costo anual de mantenimiento de \$300 000; cada 10 años, habrá que hacerle reparaciones mayores a un costo de \$3.5 millones. La otra alternativa es construir un puente en concreto, a un costo de \$250 millones con un costo anual de mantenimiento de \$100 000; cada 3 años deberá repavimentarse a un costo de \$2 millones y cada 10 años habrá que reacondicionar las bases del puente, a un costo de \$50 millones. Se estima que el valor de los peajes son del orden de \$60 millones al año. Suponga un interés del 20%

*Respuesta:* CAUE (colgante) = - \$434 830; CAUE (concreto) = \$7 424 412.  
Decidir puente de concreto.

- 9) Un inversionista, que solo espera trabajar 4 años en el país, al cabo de los cuales piensa radicarse en el exterior, por tal motivo sus proyectos de inversión podrán durar un máximo de 4 años. El inversionista dispone de un capital de \$50 millones para realizar algún proyecto, para estudio tiene dos alternativas así:

Alternativa I : Comprar una fábrica a un costo de \$46 millones y venderla a los 4 años en \$105 millones y además, producirá unos ingresos netos anuales de \$10 millones los cuales crecerán cada año un 25%, el dinero restante podría ser invertido en depósitos a termino fijo que la pagarán un interés anual del 28%

Alternativa II : Tomar en arriendo un edificio por el cual pagaría \$5 millones como canon de arrendamiento anual pero pagadero por año anticipado y el valor del arriendo subirá todos los años un 20%. En el contrato se estipula la que se podrán hacer reparaciones y refacciones por valor de \$40 millones y que al cabo de 4 años pasarán a ser propiedad del dueño del edificio, además y mientras tanto, se podrá subarrendar. El inversionista cree que puede cobrar por el arriendo unos \$20 millones para el primer año cobrados por año anticipado y que el incremento anual será del orden del 20%. El resto del dinero podrá ser invertido en depósitos a termino fijo en las mismas condiciones de la alternativa I. Suponiendo que el inversionista espera obtener un rendimiento del 40% ¿cuál de las dos alternativas debe tomar?

- a) sin reinversión  
b) con reinversión al 28% de toda liquidez que se presente durante la vida del proyecto.

*Respuestas:* a) CAUE (Alternativa I) = \$2 393 534;  
CAUE (Alternativa II) = \$ 428 613  
Decidir Alternativa II.

- b) Con reinversión CAUE (Alternativa I) = \$653 180;  
CAUE (Alternativa II) = - \$2 626 036  
Decidir Alternativa I.

Analice la razón por la cual al evaluar el proyecto con reinversión se invierte la decisión.

- 10) Una fábrica necesita adquirir una máquina para su planta de acabados. Puede adquirir la máquina A, a un costo de \$300 000; tiene una vida útil de 4 años y, al final de este tiempo, podrá venderse en \$60 000. El costo anual de operación, que incluye combustibles lubricantes y mantenimiento, se estima en \$25 000. También puede adquirirse la máquina B, a un costo de \$500 000, con una vida útil de 6 años, al final de los cuales podrá ser vendida en \$100 000. A los 3 años de uso deberán ser cambiados los pistones y las bielas, a un costo estimado de \$40 000; en compensación, el costo anual de operación es apenas de solo \$5 000. Suponiendo una tasa del 20%, ¿cuál debe adquirirse?

*Respuesta:*  $CAUE(A) = -\$129\ 708$   $CAUE(B) = -\$152\ 243$   
Decidir máquina A.

- 11) El estado desea realizar un proyecto de irrigación, con duración indefinida y ha pedido a las compañías de ingenieros A y B que le presenten propuestas, las cuales se muestran el siguiente cuadro:

	A	B
CI	30 000	60 000
CAO	4 000	500

Si el estado utiliza una tasa del 22%, determinar: ¿qué compañía debe seleccionarse?

*Respuesta:*  $CAUE(A) = \$10\ 600$ ;  $CAUE(B) = \$13\ 700$   
Decidir compañía A

- 12) Al alcalde de un municipio le han presentado dos propuestas para establecer en forma indefinida la navegación por un río. La propuesta A consiste en dragar el río para remover los sedimentos acumulados; esta operación deberá hacerse varias veces al año según sea necesario, a un costo fijo de \$800 000 pagaderos al final de cada año; además, se hace necesaria la adquisición de una draga, cuyo precio es de \$10 millones, posee una vida útil de 10 años y tiene un valor de salvamento de \$2 millones. La propuesta B exige la canalización del río a un costo inicial de \$15 millones; este canal requerirá de un mantenimiento menor cada año, a un costo de \$40 000 y un mantenimiento completo el cual incluye el mantenimiento menor cada 4 años, a un costo de \$2 millones. Suponiendo que el gobierno utiliza una tasa del 25%, ¿qué propuesta debe aceptar?

*Respuesta:*  $CAUE(A) = -\$3\ 540\ 581$ ;  $CAUE(B) = -\$4\ 129\ 946$   
Decidir propuesta A.